

Министерство образования и науки РБ
ГБПОУ «Бурятский аграрный колледж им. М.Н. Ербанова»

Р.А. Сабхаева

**Рабочая тетрадь
по дисциплине Статистика**

студента группы _____

Улан-Удэ

Издательство БГСХА им. В.Р. Филиппова

2015

УДК 127 (01)

С 77

Утверждено к печати научно-методическим советом ГБПОУ «Бурятский аграрный колледж им. М.Н. Ербанова»

Рецензенты:

С.О. Очирова – преподаватель экономических дисциплин высшей категории
ГБОУ СПО «Бурятский аграрный колледж им. М.Н. Ербанова»

С.В. Жаргалова – к.э.н., зав. кафедрой статистики и экономического анализа
ФГБОУ ВПО «БГСХА имени В.Р. Филиппова»

Сабхаева Р.А.

С 77 **Статистика: Рабочая тетрадь / Р.А. Сабхаева . – Улан-Удэ: Издательство БГСХА им. В.Р. Филиппова, 2015.- 37 с.**

В рабочей тетради приведены задачи по основным темам курса: статистическое наблюдение, сводка и группировка статистического материала, абсолютные и относительные величины, средние величины, показатели вариации, выборочное наблюдение, статистическое изучение динамики социально-экономических явлений, изучение взаимосвязей экономических явлений и процессов, экономические индексы. Рабочая тетрадь предназначена студентам экономических специальностей для более глубокого изучения лекционного и практического материала по теории статистики.

© Р.А. Сабхаева 2015

© ГБОУ СПО «Бурятский аграрный колледж им. М.Н. Ербанова», 2014

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
ТЕМА 1. СВОДКА И ГРУППИРОВКА ДАННЫХ. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.	
СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ И ГРАФИКИ	5
ТЕМА 2: АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ	9
ТЕМА 3 : СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ	13
ТЕМА 4: ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ	17
ТЕМА 5: РЯДЫ ДИНАМИКИ	22
ТЕМА 6: ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ	27
ТЕМА 7: СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ	31
ТЕМА 8: ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ	35

Предисловие

Рабочая тетрадь по теории статистики создана с целью помочь студентам выработать практические навыки решения статистических задач различного типа в области социально-экономических процессов и явлений.

В рабочей тетради предложены задачи по основным темам курса «Теория статистики»: статистическое наблюдение, сводка и группировка статистического материала, абсолютные и относительные величины, средние величины, показатели вариации, выборочное наблюдение, статистическое изучение динамики социально-экономических явлений, изучение взаимосвязей социально-экономических явлений и процессов, экономические индексы, приведен перечень рекомендуемой литературы.

В процессе создания рабочей тетради использовались работы ученых-статистиков: В.Е. Овсиенко, Р.А. Шмойловой, Г.Л. Громыко, О.Э. Башиной, В.М. Симчера и др.

Предназначена студентам экономических специальностей для более глубокого изучения лекционного и практического материала по статистике.

ТЕМА 1. СВОДКА И ГРУППИРОВКА ДАННЫХ. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ И ГРАФИКИ.

Для выполнения работы необходимо знать:

В соответствии с решаемыми задачами все группировки подразделяются на типологические, структурные и аналитические.

1. Расчленение разнородной совокупности на качественные однородные группы, выделение качественно однородных экономических групп или типов общественных явлений осуществляется при помощи **типологических группировок**.

Таблица 1.1 - Распределение промышленной продукции, произведенной в различных формах хозяйствования за отчетный период

Группы предприятий по формам хозяйствования	Объем продукции, млрд. руб.	Процент к итогу
Государственные, с традиционными методами управления	405,0	89,20
Арендные	19,0	4,19
Кооперативные	30,0	6,61
Итого:	454,0	100,00

Приведенные данные характеризуют социально-экономический состав промышленной продукции (выделены типы явления), а также свидетельствуют о возникших в последнее время новых формах хозяйствования.

2. Группировка, цель которой расчленение совокупности единиц на группы, характеризующие структуру по определенным признакам, называется **структурной группировкой**.

Приведенная в табл. 1.2 группировка, содержит систему показателей, характеризующих структуру изучаемой совокупности по ряду признаков, а также концентрацию торгово-закупочного процесса, нашедшего свое выражение в укрупнении магазинов по величине товарооборота.

Таблица 1.2-Группировка торговых предприятий района по объему товарооборота (в процентах к итогу)

Группы магазинов по объему товарооборота, тыс. р.	Число магазинов	Розничный товарооборот	Торговая площадь
до 1700	21,87	11,22	18,05
1700 - 2000	28,13	19,04	21,38
2000 - 3000	21,87	20,0	19,08
3000 - 4200	15,63	22,23	19,47
свыше 4200	12,5	27,51	22,02
ИТОГО:	100,00	100,00	100,00

3. Группировка, целью которой является установление взаимосвязей между изучаемыми явлениями, называется **аналитической**. Примером аналитической группировки могут служить данные табл. 1.3.

Таблица 1.3-Зависимость урожайности зерновых культур от количества внесенных удобрений по группе совхозов

Количество внесенных удобрений, % от нормы	Число совхозов	Средняя урожайность по группе, ц / га
до 30	2	20,2
30 - 50	5	21,8
50 - 80	8	25,6
80 - 100	14	30,3
ИТОГО	29	26,8

Данные показывают, что увеличение количества внесенных удобрений (факторный признак) приводит при прочих равных условиях к повышению урожайности (результативный признак).

Выполните следующие задания:

1.1. На основе данных об основных показателях деятельности промышленных предприятий Российской Федерации (данные условные, млн. руб.):

№ п/п	Сумма активов	Собственный капитал	Привлеченные ресурсы	Балансовая прибыль
1.	721,2	60,0	76,1	31,8
2.	713,1	72,4	36,3	42,1
3.	712,6	58,3	118,1	33,1
4.	677,4	22,9	74,0	14,8
5.	675,0	12,0	25,1	10,1
6.	657,2	42,0	66,0	9,6
7.	656,5	71,4	76,3	9,8
8.	656,4	49,2	118,7	15,4
9.	649,0	41,6	95,7	39,4
10.	639,6	110,9	44,8	39,4
11.	620,0	37,3	24,4	39,9
12.	617,9	43,7	98,1	20,7
13.	592,4	52,0	75,5	9,6
14.	576,3	100,5	25,2	16,1
15.	575,6	76,0	89,5	9,7
16.	563,4	119,3	89,4	46,7
17.	561,7	22,4	86,0	42,5
18.	555,5	38,3	106,9	45,6
19.	542,9	85,6	36,7	33,7
20.	523,7	49,5	53,8	9,3

Постройте группировку промышленных предприятий по величине собственного капитала, выделив не более пяти групп с равными интервалами. Рассчитайте по каждой группе сумму активов, собственный капитал, привлеченные ресурсы, балансовую прибыль. Результаты группировки представьте в табличной форме и сформулируйте выводы.

1.2. По данным задачи 1.1 *постройте* структурную группировку промышленных предприятий по величине балансовой прибыли, выделив четыре группы банков с открытыми интервалами для характеристики структуры совокупности промышленных предприятий.

1.3. По данным задачи 1.1, *постройте* аналитическую группировку промышленных предприятий по величине балансовой прибыли, выделив четыре-пять групп. По каждой группе рассчитайте показатели, взаимосвязанные с балансовой прибылью.

1.4. *Разработайте* макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов группы от посещаемости учебных занятий и занятости внеучебной деятельностью. Сформулируйте заголовок таблицы. Укажите: а) к какому виду относится макет; б) название и вид разработки подлежащего и сказуемого; в) группировочные признаки.

1.5. *Спроектируйте* макеты групповой и комбинационной таблиц со сложной разработкой сказуемого для характеристики деловой активности коммерческих банков. Сформулируйте заголовки таблиц. Определите: а) подлежащее и сказуемое; б) группировочные признаки, которые целесообразно положить в основу группировки подлежащего таблиц; в) показатели, которые целесообразно включить в сказуемое с целью более полной характеристики объекта.

ТЕМА 2: АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Решение типовых задач

Задача 1. Мыловаренный завод произвел за отчетный период следующее количество продукции, т.:

мыло хозяйственное 40%-ное – 25,0; мыло туалетное – 20,0;

мыло хозяйственное 60%-ное – 22,0; порошок стиральный – 55,0.

Определите общий выпуск продукции в пересчете на условное 40%-ное мыло по следующим переводным коэффициентам: мыло 60%-ное и туалетное – 1,75, порошок стиральный – 0,5.

Решение. Перемножив фактический выпуск продукции на коэффициенты пересчета в условное 40%-ное мыло, получим:

$$25 \cdot 1.0 + 22.0 \cdot 1.75 + 20.0 \cdot 1.75 + 55.0 \cdot 0.5 = 126 \text{ тыс. т условного 40%-ного мыла.}$$

Задача 2. По плану предусматривалось собрать по 30 ц пшеницы с гектара, а собрано по 33 ц. Определить выполнение плана по урожайности.

Решение. Поделим фактическую урожайность на плановую и получим:

$$(33 \cdot 100)/30 = 110\%$$

План по урожайности выполнен на 110%, или перевыполнен на 10%.

Задача 3. Планом предприятия предусматривалось повысить производительность труда на 5% и снизить затраты на 2%. Фактически производительность труда возросла на 6%, затраты были снижены на 4%. Определите выполнение плана по росту производительности труда и снижению затрат.

Решение. Степень выполнения плана по повышению производительности труда равна отношению достигнутого уровня - 106% (100% + 6%) к показателю плана - 105% (100% + 5%) в процентах:

$$(106 \cdot 100)/105 = 101\%$$

Аналогично, фактическое снижение затрат - 96% (100% - 4%), а плановое - 98% (100% - 2%) их отношение дает 98%, т.е. план по снижению затрат перевыполнен на 2%.

Задача 4. Плановое задание по выпуску продукции на 2013 г. составило 4%, а выполнено на 105%. Определить относительную величину динамики.

Решение. Здесь 104% - это относительная величина планового задания, а 105%- это относительная величина выполнения плана, а так как $ОВД = ОВВП \cdot ОВПЗ$, то $(104 \cdot 105)/100 = 109,2\%$, т.е. выпуск продукции в 2013 г. составил по сравнению с 2012 годом 109,2% или увеличился на 9,2%.

Задача 5. По данным переписи населения 1970 г. в СССР проживало в возрасте 100 лет и старше 19304 чел., из них мужчин – 4252 чел., женщин – 15052. Определите структуру долгожителей по полу и относительную величину координации, приняв число мужчин за базу, равную 100.

Решение. Для вычисления относительных величин структуры нужно разделить значение каждой части на общий итог, принимаемый за целое (100%). Количество мужчин и женщин в возрасте 100 лет и старше надо поделить на общее их число или исчислить удельный вес мужчин, а затем отнять его от 100%:

$$(4250 \cdot 100)/19304 = 22\% \text{ мужчин}$$

$$\text{женщин} - 78\% (100\% - 22\%).$$

Относительные величины координации характеризуют соотношение отдельных частей совокупности. В задаче требуется вычислить соотношение между численностью мужчин и женщин в возрасте 100 лет и старше. Для этого, приняв число мужчин за базу сравнения, равную 100, поделим численность женщин на численность мужчин и получим

$$(15052 \cdot 100)/4252 = 354$$

Это значит, что на каждые 100 мужчин в возрасте 100 лет и старше приходится 354 женщины в том же возрасте.

Выполните следующие задания

2.1. Добыча нефти и угля во II квартале 2013 года характеризуется следующими данными:

Топливо	Объем добычи, млн.т.		
	Апрель	Май	Июнь
Нефть	41,2	43,9	42,2
Уголь	39,1	37,4	35,5

Теплота сгорания нефти равна 45,0 мДж/кг, угля – 26,8 мДж/кг. *Сделайте* пересчет в условное топливо (29.3 мДж/кг) и проведите анализ изменения совокупной добычи этих ресурсов.

2.2. Имеются следующие данные о производстве картофеля в РФ (цифры условные):

Показатель	2010г.	2011г.	2012г.	2013г.
Произведено картофеля, тыс. т.	1532	1349	968	1274

Вычислите относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения. Проверьте их взаимосвязь.

2.3. Объем продаж АО «DRT» в 2013 году в сопоставимых ценах вырос по сравнению с предшествующим годом на 5% и составил 156 млн. руб. *Определите* объем продаж в 2012 году.

2.4. Целлюлозно-бумажный комбинат планировал в отчетном году по сравнению с базисным годом увеличить оборот на 16,2%. Выполнение установленного плана составило 104,7%. *Определите* относительный показатель динамики оборота.

2.5. На основе следующих данных о внешнеторговом обороте России со странами СНГ, млн. долл.(условные данные):

Показатель	базисный год	отчетный год
Экспорт	58352	56387
Импорт	54287	49837

Вычислите относительные показатели структуры и координации.

2.6. В апреле 2012 года прожиточный минимум в РФ для трудоспособного населения составил 4190,0 тыс. руб. в месяц на человека, для пенсионеров – 2620,5 тыс. руб., для детей – 3760,1 тыс. руб. *Сделайте* выводы о соотношении этих величин, используя относительные показатели сравнения.

2.7. Автомобильный завод в мае превысил плановое задание на 10,6%, продав 5576 автомобилей сверх плана. *Определите* общее количество реализованных за месяц машин.

2.8. Объем продаж промышленных компаний в странах Восточной Европы в первом полугодии составил 250 млн.долл. В целом же за год они планировали реализовать товаров на 600 млн.долл. *Вычислите* относительный показатель плана на второе полугодие.

2.9 Предприятие планировало увеличить выпуск продукции в текущем году по сравнению с предыдущим на 18%. Фактический же объем продукции составил 112,3% от прошлогоднего уровня. *Определите* относительный показатель реализации плана.

2.10. Имеются следующие данные о выпуске продукции на мыловаренном заводе за апрель отчетного года:

Мыло	Выпуск, т	
	по плану	фактически
Туалетное, 80% жирности	600	680
Хозяйственное, 60% жирности	2400	2500
Хозяйственное, 40% жирности	1490	1300

Определите проценты выполнения плана выпуска продукции: 1) по общему тоннажу; 2) в пересчете на мыло 40% жирности.

ТЕМА 3 : СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Решение типовых задач

Задача 1. По следующим данным определите средний стаж рабочего :

Общий стаж работы, лет	до 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25 и более	Итого
Число рабочих	70	60	20	22	18	10	200

Решение. Признаком в данной задаче является общий стаж рабочего, а частотами соответственно количество рабочих, имеющих тот или иной стаж. Ряд распределения – интервальный, причем первый и последний интервал – открытые.

Если интервалы открыты, то по правилам принимаем величину первого интервала равной второму, а последнего предпоследнему. Так как имеются и значения признака и частоты, то средний стаж находим по формуле средней арифметической взвешенной. А так как ряд интервальный, то в качестве значения признака в каждой группе берём середины интервала

$$\bar{x}_{ар} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2,5 \cdot 70 + 7,5 \cdot 60 + 12,5 \cdot 20 + 17,5 \cdot 22 + 22,5 \cdot 18 + 27,5 \cdot 10}{200} = 9,7$$

Задача 2. Все частоты уменьшились в два раза, а все варианты увеличились на две единицы. Что произойдет со средней?

Решение. Согласно свойствам средней арифметической, если все частоты ряда уменьшить или увеличить в одинаковое количество раз, то средняя не изменится, т.е. с точки зрения частот – средняя не изменится. Если все варианты увеличить или уменьшить на одно и то же число, то и средняя изменится на это же число. В нашем случае средняя увеличится на две единицы.

Задача 3. Двое рабочих в течение 8-часового рабочего дня изготавливают одни и те же детали. Первый из них тратит на изготовление детали 30 мин., второй – 40 мин. Вычислите среднюю затрату времени на изготовление одной детали.

Решение. В этой задаче явно даны только значения признака – затраты времени, а частоты, которыми является количество изготовленных каждым рабочим деталей, в явном виде не присутствуют. Однако произведения значений признака на частоты дает количество проработанного времени – 8 час. Так как произведения признака на частоту равны, то средняя определяется по формуле средней гармонической простой:

$$\bar{x}_{гарм} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{40}} = 34 \text{ мин}$$

Задача 4. Автомобиль проехал 1000 км, из них 480 км он прошел со скоростью 60 км/час, 320 – со скоростью 80 км/час и 200 км – со скоростью 50 км/час. Определите среднюю скорость, с которой совершался рейс.

Решение. В этой задаче опять известны только значения признака, а значения частот (время) не даны, однако имеются данные о пройденном расстоянии, которое является произведением признака на частоту. В этом случае средняя рассчитывается по формуле средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x}_{гарм} = \frac{\sum z}{\sum \frac{z}{x}} = \frac{\sum xf}{\sum \frac{xf}{x}} = \frac{480 + 320 + 200}{\frac{480}{60} + \frac{320}{80} + \frac{200}{50}} = \frac{1000}{16} = 62,5 \text{ км/ч}$$

Задача 5. Определите среднегодовой темп роста выпуска продукции на заводе, если в 2008 г. было произведено продукции на 21,15 у.д.е., а в 2013 г. было запланировано произвести продукции на 35 у.д.е.

Решение. Для определения средних темпов роста применяется средняя геометрическая. Когда имеются данные о первом периоде (в нашем случае – выпуск продукции в 2008 г. на сумму 21,15 у.д.е.) и в последнем периоде (в задаче – выпуск продукции по плану в 2013 г. на сумму 35 у.д.е.), среднегодовой темп роста определяется по формуле:

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[6-1]{\frac{y_{95}}{y_{90}}} = \sqrt[5]{\frac{35,00}{21,15}} = \sqrt[5]{1,655} = 1,106$$

Задача 6. Определить моду и медиану по следующим данным

Распределение студентов заочного отделения по возрасту

Возрастные группы	Число студентов	Накопленные частоты
до 20 лет	346	346
20-25	872	1218
25-30	1054	2272
30-35	781	3053
35-40	212	3265
40-45	121	3386
45 лет и выше	76	3462
Итого:	3462	

Решение. Для определения моды определяем модальный интервал. Им является интервал 25-30 лет, так как его частота наибольшая (1054), тогда

$$M_o = 25 + 5 \frac{1054 - 872}{(1054 - 872) + (1054 + 781)} = 27 \text{ лет.}$$

Для определения медианы тоже необходимо определить медианный интервал. Медианным интервалом является интервал 25-30, так как он является первым интервалом, накопленная частота которого превышает полусумму частот ($3462 : 2 = 1731$). Тогда медиана определится как:

$$M_e = 25 + 5 \frac{\frac{3462}{2} - 1218}{1054} = 27,4 \text{ года.}$$

Выполните следующие задания

3.1. Имеются данные о возрасте сотрудников одного из отделов предприятия:

Табельный номер рабочего	001	002	003	004	005	006
Возраст, лет	28	35	48	39	25	49

Определите средний возраст сотрудников отдела

3.2. Производительная деятельность предприятий за месяц характеризуется следующими данными:

Предприятие	Общие затраты на производство, тыс. руб	Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.
1	784	51
2	934	56
3	799	52
4	824	59

Определите средние затраты на 1 руб. произведенной продукции в целом по предприятиям.

3.3. Определите средний % выполнения плана по выпуску продукции по группе заводов АО на основании следующих данных:

Номер завода	Выпуск продукции, млн.руб., по плану	Выполнение плана, %
1	18	100
2	22	105
3	25	90
4	20	106
5	40	108
Итого:	125	

3.4. Бригада токарей была занята обточкой одинаковых деталей в течение 8-часового рабочего дня. Первый токарь затрачивал на одну деталь 12 мин., второй - 15 мин., третий - 15 мин., четвертый - 16 мин., пятый - 14 мин. *Определите* среднее время, необходимое на изготовление одной детали.

3.5. Имеются следующие данные о заработной плате рабочих завода:

№ цеха	Базисный период		Отчетный период	
	Средняя заработная плата, тыс. руб.	Численность рабочих, чел.	Средняя заработная плата, тыс.руб.	ФЗП, тыс.руб.
1	11,4	300	12,0	3624
2	14,5	400	15,2	6384
3	16,0	200	17,0	3570
4	18,0	100	21,0	2205

Исчислите среднюю заработную плату рабочего в целом по заводу: 1) в базисном периоде; 2) в отчетном периоде. Сравните полученные данные. Укажите, какие виды средних необходимо применить в каждом случае.

3.6. Имеются данные о сроках функционирования коммерческих банков на начало года:

Срок функционирования, лет	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	Свыше 7
Число банков, %	32	41	56	33	18	8	10

Определите:

- 1) средний срок функционирования банков;
- 2) моду и медиану.

3.7. По данным выборочного обследования вкладчиков по размеру вклада в Сбербанке произведена группировка:

Размер вклада, тыс. руб.	До 40	40-60	60-80	80-100	Свыше 100
Число вкладчиков	154	168	239	198	162

Определите средний размер вклада, используя способ моментов, моду и медиану.

ТЕМА 4: ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Решение типовых задач

Задача 1. Проверка пряжи на крепость в лаборатории дала следующие результаты :

Крепость пряжи, г (x)	150	160	170	180	190	200	210
Количество проб, (f)	2	13	24	31	20	4	6

Вычислить все показатели вариации.

Решение. В задаче значения признака имеют различную численность, поэтому значения, \bar{x} , d , σ^2 , σ , V должны вычисляться как средние взвешенные величины. Для вычисления показателей вариации проводим дополнительные расчеты (табл. 5.5)

Таблица 5.5

x	f	xf	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})f$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
150	2	300	-29	-58	841	1682
160	13	2080	-19	-247	361	4693
170	24	4080	-9	-216	81	1944
180	31	5580	1	31	1	31
190	20	3800	11	220	121	2420
200	4	800	21	84	441	1764
210	6	1260	31	186	961	5766
Итого	100	17900		+521		18300
				-521		

Средняя крепость пряжи определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{17900}{100} = 179 \text{ г.}$$

Размах вариации

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 210 - 150 = 60 \text{ г.}$$

Среднее линейное отклонение вычисляется по формуле

$$d = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{521 + 521}{100} = 10,42 \text{ г.}$$

Дисперсия, взвешенная по частоте вариантов, равна

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{18300}{100} = 183 \text{ г}^2.$$

Среднее квадратичное отклонение равно:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{183} = 13,53 \text{ г.}$$

коэффициент вариации составляет

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{13,53}{179} \cdot 100\% = 7,6\%.$$

Задача 2. На предприятии 64% работников имеют среднее и высшее образование. Определить дисперсию доли рабочих, имеющих среднее и высшее образование.

Решение. Дисперсия альтернативного признака определяется как $\sigma^2 = pq$, где p – доля единиц совокупности, обладающих данным признаком, а $q = 1 - p$ – доля единиц совокупности, не обладающих данным признаком, следовательно: $\sigma^2 = 0,64 \cdot 0,36 = 0,2304$.

Задача 3. Имеются следующие данные

Заработная плата рабочих по профессиям, тыс. руб.

№ п/п	Группы рабочих по профессиям	Число рабочих	З/п одного рабочего в месяц
1	Токари	2	140, 160
2	Слесари	3	120, 200, 160
3	Кузнецы	5	140, 180, 200, 220, 260

Вычислить:

среднюю месячную заработную плату для каждой группы и для всех рабочих; групповые дисперсии; среднюю из внутригрупповых дисперсий; межгрупповую дисперсию; общую дисперсию; проверить правило сложения дисперсий и сделать выводы.

Решение. В задаче требуется определить, как влияют на изменение заработной платы рабочих постоянные причины, положенные в основание группировки (в данном случае – различия в профессии), и случайные причины. Для этого необходимо определить систематическую и случайную вариации и их роль в общей вариации. Для решения задачи и вычисления заданных показателей, построим вспомогательную таблицу

№ п/п	x	$x - \bar{x}_i$	$(x - \bar{x}_i)^2$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
Токари					
1	140	-10	100	-38	1444
2	160	10	100	-18	324
Итого:	300	0	200		
Слесари					
1	120	-40	1600	-58	3364
2	200	40	1600	22	484
3	160	0	0	-18	324
Итого:	480		3200		
Кузнецы					
1	140	-60	3600	-38	1444
2	180	-20	400	2	4
3	200	0	0	22	484
4	220	20	400	42	1764
5	260	60	3600	82	6724
Итого:	1000	0	8000		
Всего:	1780		11400		16360

Среднюю заработную плату по каждой группе и для всех рабочих определяем по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{x}_1 = \frac{300}{2} = 150 \text{ тыс. руб.} \quad \bar{x}_2 = \frac{480}{3} = 160 \text{ тыс. руб.} \quad \bar{x}_3 = \frac{1000}{5} = 200 \text{ тыс. руб.} \quad \bar{x} = \frac{1780}{10} = 178 \text{ тыс. руб.}$$

Внутригрупповые дисперсии вычисляем по формуле:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2}{n}; \quad \sigma_1^2 = \frac{200}{2} = 100 \text{ тыс. руб}^2; \quad \sigma_2^2 = \frac{3200}{3} = 1067 \text{ тыс. руб}^2; \quad \sigma_3^2 = \frac{8000}{5} = 1600 \text{ тыс. руб}^2$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий равна:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{100 \cdot 2 + 1067 \cdot 3 + 1600 \cdot 5}{2 + 3 + 5} = 1140 \text{ тыс. руб}^2.$$

Межгрупповая дисперсия определяется как:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}, \delta^2 = \frac{(150 - 178)^2 \cdot 2 + (160 - 178)^2 \cdot 3 + (200 - 178)^2 \cdot 5}{2 + 3 + 5} = \frac{4960}{10} = 496 \text{ тыс. руб}^2.$$

Общая дисперсия равна:
$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{16360}{10} = 163 \text{ тыс. руб}^2.$$

По правилу сложения дисперсий общая дисперсия равна сумме средней внутригрупповых и межгрупповой дисперсии: $\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \delta^2 = 1140 + 496 = 1636.$

Задача 4. Средняя успеваемость студентов экономического факультета $\bar{x}=4$ балла, $Mo=4,8$ балла, $Me=4,2$ балла. Указать, симметричным или асимметричным является распределение студентов по успеваемости. Если асимметричным, то с какой асимметрией (левосторонней или правосторонней).

Решение. В симметричном распределении $\bar{x}=Mo=Me$. В нашей задаче такого равенства нет. Следовательно, распределение асимметрично, а так как $\bar{x} < Me < Mo$, то разности между $\bar{x} - Me$ и $\bar{x} - Mo$ отрицательные и асимметрия левосторонняя.

Задача 5. Урожайность сахарной свеклы в сельхозпредприятиях области характеризуется следующими показателями: $\bar{x}=300$ ц/га, $\sigma=120$ ц/га, $M_0=240$ ц/га, а урожайность зерновых - $\bar{x}=30$ ц/га; $\sigma=10$ ц/га, $M_0=27$ ц/га. Вычислить показатели асимметрии и указать где она больше. Каково направление асимметрии?

Решение. $\Pi_{A_1} = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} = \frac{300 - 240}{120} = 0,5;$ $\Pi_{A_2} = \frac{30 - 27}{10} = 0,3$

Асимметрия правосторонняя, так как $\Pi_A > 0$, и больше в первом случае.

Задача 6. Центральный момент третьего порядка $m_3=34,56$ при $\sigma=12$. Вычислить коэффициент асимметрии и сделать выводы; центральный момент четвертого порядка $m_4=64,32$ при $\sigma=2$. Вычислить коэффициент эксцесса и сделать выводы.

Решение. $A = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{34,56}{12^3} = 0,02$ Асимметрия правосторонняя, так как $A > 0$, и незначительная

$E = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{64,32}{2^4} = 4,02$ Эксцесс выше нормального, потому что $E > 3$.

Выполните следующие задания

4.1. Имеются показатели распределения основных фондов по промышленным предприятиям региона:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млрд.руб.	Число предприятий	Основные фонды в среднем на одно предприятие, млрд.руб.	Групповые дисперсии
1,2-2,7	9	1,8	0.17
2,7-4,2	11	3,2	0.09
4,2-5,7	7	4,8	0.25
5,7-7,2	3	6,9	0.14

Определите:

среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение, общую дисперсию основных фондов по совокупности предприятий, применяя правила сложения дисперсий; коэффициент вариации, рассчитанный по всей совокупности; квантили.

4.2. Бригада рабочих механического цеха, состоящая из 10 человек, к концу месяца имела следующие показатели по выполнению норм выработки:

Группы рабочих по степени выполнения плана, %	Процент выполнения плана
До 100	90, 95, 85, 92
100 и более	100, 102, 104, 103, 105, 104

Исчислите: 1) групповые дисперсии; 2) межгрупповую дисперсию; 3) общую дисперсию (по правилу сложения дисперсий и обычным способом).

4.3. По данным выборочного обследования произведена группировка вкладчиков по размеру вклада в Сбербанке города:

Размер вклада, тыс. руб.	До 40	40-60	60-80	80-100	Свыше 100
Число вкладчиков	154	168	239	198	162

Определите:

- 1) средний размер вклада;
- 2) среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение (используя способ моментов) и коэффициент вариации вкладов;
- 3) квантили.

4.4. Имеются следующие данные о распределении рабочих цеха по уровню месячной заработной платы:

Зарботная плата одного рабочего за март, тыс.руб.	До 13	13-15	15-17	17-19	19-21	Свыше 21
Число рабочих, чел.	4	9	15	55	14	3

Определите среднее квадратическое отклонение, дисперсию по способу моментов, квартили, коэффициент вариации и показатели закономерности рядов распределения: асимметрии и эксцесса. Покажите схематично кривую предложенного распределения. Сделайте выводы.

ТЕМА 5: РЯДЫ ДИНАМИКИ

Решение типовых задач

Задача 1. По следующим данным вычислить среднемесячные остатки материалов за полугодие:

Дата	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7
Остатки на начало месяца, у.д.е.	464,8	446,0	428,0	436,0	423,8	421,4	410,2

Решение. В нашей задаче даны остатки материалов на определенные моменты в ремени (1/1, 1/2, и т.д.), промежутки между которыми равны. В этом случае средняя исчисляется по формуле средней хронологического ряда:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n - 1} = \frac{464,8}{2} + 446 + 428 + 436 + 423,8 + 421,4 + \frac{410,2}{2} = 432,1 \text{ у.д.е.}$$

Задача 2. По следующим данным определите среднее поголовье коров по совхозу за год:

Дата	1.01.2014	1.07.2014	1.11.2014	1.01.2015
Поголовье	648	720	672	804

Решение. В задаче дано поголовье коров за определенный момент, даты, причем интервалы между датами не равны (6, 4 и 2 месяца). В таких случаях средняя хронологическая моментного ряда рассчитывается как средняя арифметическая взвешенная, где в качестве весов применяются отрезки времени между датами, к которым относятся парные средние смежные значения уровня. Определим прежде всего средние смежные значения уровней.

$$\frac{648 + 720}{2} = 684; \quad \frac{720 + 672}{2} = 696; \quad \frac{672 + 804}{2} = 738.$$

Взвесим их теперь на отрезке времени между датами

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot f}{\sum f} = \frac{684 \cdot 6 + 696 \cdot 4 + 738 \cdot 2}{6 + 4 + 2} = 697.$$

Задача 3. Производство продукции по предприятию за 2011 – 2015 гг. характеризуется следующими данными

Годы	2011	2012	2013	2014	2015
Производство продукции, тыс.шт.	4140	4557	5030	5423	5426

Определить:

1. начальный, конечный и средний уровни ряда;
2. абсолютные приросты по годам, к 2011 г. и среднегодовой абсолютный прирост;
3. темп роста и прироста по годам и к 2011 г.;
4. абсолютное значение одного процента прироста;
5. среднегодовой темп роста и прироста за период 2011 – 2015 гг.

Решение.

1. Начальный уровень (величина первого члена ряда) - 4140, конечный - 5426. Средний уровень ряда определяется по формуле простой средней арифметической, так как ряд периодический

$$\bar{y} = \frac{4140 + 4557 + 5030 + 5423 + 5426}{5} = 4915,2 \text{ тыс. шт.}$$

Вычисленные основные показатели данного динамического ряда сводим в таблицу 8.4.

2. Абсолютный прирост показывает, насколько изменился текущий уровень по сравнению с предыдущим или базисным и определяется как разность двух уровней

$$\Delta_2 = 4557 - 4140 = 417; \Delta_{15/11} = 5426 - 4140 = 1286.$$

Среднегодовой абсолютный прирост исчисляется по формуле средней арифметической простой и равен

$$\bar{\Delta} = \frac{417 + 473 + 393 + 3}{4} = 321,5 \text{ тыс. шт.}$$

Среднегодовой абсолютный прирост можно вычислить и таким образом:

$$\bar{\Delta} = \frac{5426 - 4140}{4} = 321,5 \text{ тыс.шт.}$$

3. Темп роста показывает, во сколько раз текущий уровень больше предыдущего или базисного, и определяется как отношение двух уровней, выраженное в процентах:

$$K_2 = \frac{4557 \cdot 100}{4140} = 110,1\%; \quad K_{15/11} = \frac{5426 \cdot 100}{4140} = 131,1\%.$$

Темп прироста показывает, на сколько процентов увеличился текущий уровень по сравнению с текущим или базисным и определяется как разность соответствующего темпа роста и 100%:

$$T_2 = 110,1 - 100 = 10,1\%; \quad T_{15/13} = 131,1 - 100 = 31,1\% .$$

Абсолютное значение 1% прироста определяется как отношение абсолютного прироста к темпу прироста:

$$\frac{417}{10,1} = 41,4; \quad \frac{473}{10,4} = 45,6 \text{ и т. д.}$$

5. Среднегодовой темп роста рассчитывается по формуле средней геометрической

$$\bar{K} = \sqrt[4]{\frac{5426}{4140}} \cdot 100\% = 107\% .$$

Среднегодовой темп прироста равен среднегодовому темпу роста минус 100%, т. е. 107% - 100% = 7%

Таблица 8.4

Год	тыс.шт.	Абсолютные приросты, тыс. шт.		Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, тыс. шт.
		цепные	базисные	цепные	базисные	цепные	базисные	
2011	4140	-	-	-	-	-	-	-
2012	4557	417	417	110,1	110,1	10,1	10,1	41,4
2013	5030	473	890	110,4	121,5	10,4	21,5	45,6
2014	5423	393	1283	107,8	131,0	7,8	31,0	50,3
2015	5426	3	1286	100,06	131,1	0,06	31,1	54,2

Задача 4. Среднегодовой темп роста заработной платы рабочих завода за 2011-2012 гг. составил 104%, а за 2013-2015гг. -106%. Определить среднегодовой темп роста заработной платы на заводе за 2011 – 2015 гг.

Решение. Средняя из средних темпов роста за неодинаковые промежутки времени рассчитывается по формуле средней геометрической взвешенной, причем весами являются сами промежутки времени, следовательно:

$$\bar{K}_i = \sum^{m_i} \sqrt[m_i]{\Pi K_i^{m_i}} = \sqrt[5]{104^2 \cdot 106^3} = 105,2\% .$$

Выполните следующие задания

5.1. За 2013 г. списочная численность рабочих на строительстве объекта составляла на начало месяца, чел.: 01.01 - 400, 01.02 - 420, 01.03 - 405, 01.04 - 436, 01.05 - 450, 01.06 - 472, 01.07 - 496, 01.08 - 450, 01.09 - 412, 01.10 - 318, 01.11 - 231, 01.12 - 235, 01.01 08 - 210.

Определите: 1). вид ряда динамики; 2). среднемесячные уровни ряда в I и II полугодиях; 3). изменение списочной численности рабочих на строительстве данного объекта во II полугодии по сравнению с I.

5.2. Имеются следующие данные о производстве продукции предприятиями АО за 2008 - 2013 гг. (в сопоставимых ценах, млн.руб.):

Определите: 1) показатели, характеризующие рост производства продукции за указанный период (по годам и к базисному): а) коэффициенты роста; б) темпы роста; в) абсолютные приросты; г) темпы прироста; д) абсолютное значение одного процента прироста для каждого года; 2). представьте полученные данные в табличной форме; 3). определите средний абсолютный прирост.

Год	Объем	Абсолютный прирост		Коэффициент роста		Темп роста		Темп прироста		Абсолютное значение 1% прироста
		Цепн.	Базис.	Цепн.	Базис.	Цепн.	Базис.	Цепн.	Базис.	
2008	50,9									
2009	55,3									
2010	58,7									
2011	62,4									
2012	66,2									
2013	70,3									
Итого:										

5.3. Имеются следующие данные о темпах роста объема продукции добывающей промышленности (в % к предыдущему году):

2004г.	2005г.	2006г.	2007г.	2008г.	2009г.	2010г.	2011г.	2012г.	2013г.
110	110	108	107	109	108	110	109	107	108

Определите среднегодовые темпы роста объема продукции обрабатывающей промышленности: а) за период 2004 - 2008 гг.; б) за период 2008- 2013 гг.; в) в целом за период с 2004 по 2013 гг.

5.4. Движение денежных средств на счете вкладчика в Сбербанке за 2013 г. характеризуется следующими данными, тыс.руб.:

Остаток на 01.01	650
Выдано 16.03	100
Списано по перечислению 01.04	140
Внесено 20.07	200
Поступило по переводу 01.11	350
Выдано 01.12	150

Определите: 1). средний остаток вклада: а) за I полугодие; б) за II полугодие; 2). абсолютный прирост изменения среднего остатка вклада во II полугодии по сравнению с I.

5.5. Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие цепные показатели динамики:

Год	Производство продукции	По сравнению с предыдущим годом			
		Абс.прирост, млн.руб.	темп роста %	темп прироста %	абсолютное значение 1% прироста, млн.руб.
2008	92,5				
2009		4,8			
2010			104,0		
2011				5,8	
2012					
2013		7,0			1,15

5.6. Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие базисные показатели динамики:

Год	Производство часов	По сравнению с базисным годом		
		Абсолютный прирост млн.руб.	темп роста %	темп прироста, %
2005	55,1		100,0	
2006		2,8		
2007			110,3	
2008				14,9
2009				17,1
2010			121,1	
2011		13,5		
2012				25,4
2013		14,0		

ТЕМА 6: ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Решение типовых задач

Задача 1. Методом случайной повторной выборки было взято для проверки на вес 200 шт. деталей. В результате был установлен средний вес детали - 30 г при среднеквадратическом отклонении равном 4 г. С вероятностью 0,954 требуется определить предел, в котором находится средний вес детали в генеральной совокупности.

Решение: Предельная ошибка средней при собственно-случайном отборе (повторная выборка) определится по формуле

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}.$$

Нам известно, что $t=2$ (т.к. $P=0.954$); $\sigma^2 = 4^2 = 16$; $n=200$, тогда

$$\Delta_x = 2 \sqrt{\frac{16}{200}} = \pm 0,56.$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний вес детали в генеральной совокупности будет находиться в пределах

$$30 - 0,56 < \bar{x} < 30 + 0,56, \quad 29,44 < \bar{x} < 30,56.$$

Задача 2. Был проведен учет городского населения города А методом случайного бесповторного отбора. Из общей численности населения 500 тыс. человек было отобрано 50 тыс. и установлено, что 15% имеют возраст старше 60 лет. С вероятностью 0,683 определить предел, в котором находится доля жителей города А в возрасте старше 60 лет.

Решение: Предельная ошибка доли при собственно-случайном бесповторном отборе определится как

$$\Delta_\omega = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Здесь $\omega=0.15$; $1-\omega=0,85 \cdot (1-0,15)$; $n=50$; $N=500$; $t=1$ ($P=0.683$), тогда подставляя эти данные в формулу получим:

$$\Delta_\omega = 1 \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{50} \left(1 - \frac{50}{500}\right)} = \pm 0,048.$$

Следовательно, с вероятностью 0,683 можно утверждать, что доля жителей старше 60 лет находится в пределах:

$$0,15-0,048 < P < 0,15+0,048; \text{ или } 10,2\% < P < 19,8\%.$$

Задача 3. Проведена 10%-ная типическая выборка пропорциональна численности отобранных групп.

Группировка рабочих разных профессий по степени выполнения норм выработки

Группы рабочих	Число рабочих	Среднее выполнение норм, %	σ_i
Токари	40	98	2
Слесари	60	108	3
Фрезеровщики	50	104	5

Требуется с вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находится средний процент выполнения норм рабочими завода в целом. Выборка бесповторная.

Решение: Вычислим общий средний процент выполнения норм выработки:

$$\tilde{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{98 \cdot 40 + 108 \cdot 60 + 104 \cdot 50}{40 + 60 + 50} = 104\%.$$

Далее определим среднюю из групповых дисперсий

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{4 \cdot 40 + 9 \cdot 60 + 25 \cdot 50}{40 + 60 + 50} = \frac{160 + 540 + 1250}{150} = 13,0.$$

Рассчитаем предельную ошибку выработки для типического отбора

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \sqrt{\frac{13,0}{150} \left(1 - \frac{150}{1500}\right)} = \pm 0,18. \quad (N=1500, \text{ т.к. выборка } 10\text{-ная}).$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний процент выполнения норм рабочими завода в целом находится в пределах

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x \text{ или } \bar{x} = 104\% \pm 0,18$$

т.е. он не меньше 103,82% и не больше 104,18%.

Задача 4. Для определения средней урожайности сахарной свеклы в области проведена 20%-ная серийная бесповторная выборка, в которую вошло 5 районов из 25. Средняя урожайность по каждому отобранному району составила: 250, 260, 275, 280, 300 ц/га. Определить с вероятностью 0,954 пределы, в которых будет находиться средняя урожайность сахарной свеклы по области.

Решение. Найдем общую среднюю

$$\tilde{x} = \frac{250 \cdot 800 + 260 \cdot 1000 + \dots}{800 + 1000 + \dots} = 280 \text{ ц/га.}$$

Определим межсерийную дисперсию по формуле

$$s^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \tilde{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(250 - 280)^2 \cdot 800 + (260 - 280)^2 \cdot 1000 + \dots}{800 + 1000 + 1200 + \dots} = 337 \text{ ц/га.}$$

Рассчитаем предельную ошибку выборки при серийном бесповторном отборе

$$\Delta_x = 2 \sqrt{\frac{337}{5} \left(1 - \frac{5}{25}\right)} = \pm 7,34 \text{ ц/га.}$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средняя урожайность сахарной свеклы в области будет находиться в пределах от 272,66 до 287,34 ц/га.

Задача 5. Предполагается, что партия деталей содержит 8 % брака. Определить необходимый объем выборки, чтобы с вероятностью 0,954 можно было установить долю брака с погрешностью не более 2% . Исследуемая партия содержит 5000 деталей.

Решение. По условию задачи $t=2$, доля бракованных деталей $\omega=0,08$,

$1 - \omega = 0,92$. Предельная ошибка доли по условию равна $\Delta_\omega = 0,02$, а $N=5000$. Подставляем эти данные в формулу и получим

$$n = \frac{2^2 \cdot 0,08 \cdot 0,92 \cdot 5000}{0,02^2 \cdot 5000 + 2^2 \cdot 0,08 \cdot 0,92} = \frac{1472}{2,2944} \cong 642.$$

Чтобы с вероятностью 0,954 можно было утверждать, что предельная ошибка доли брака не превысит 2% , необходимо из 5000 деталей отобрать 642.

Задача 6. Что произойдет с предельной ошибкой выборки, если:

- дисперсия уменьшится в 4 раза;
- численность выборки увеличить в 9 раз;
- вероятность исчисления изменится с 0,683 до 0,997.

Решение. Из формулы для расчета предельной ошибки выборки $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$

видно, что она:

- прямо пропорциональна корню квадратному из дисперсии. Следовательно, если дисперсия уменьшится в 4 раза, то предельная ошибка уменьшится в 2 раза;
- обратно пропорциональна корню квадратному из численности выборки. Следовательно, если объем выборки увеличится в 9 раз, то предельная ошибка уменьшится в 3 раза;
- прямо пропорциональна вероятности исчисления, т.е. при увеличении P с 0,683 ($t=1$) до 0,997 ($t=3$) ошибка увеличится в 3 раза.

Выполните следующие задания

6.1. Для определения брака в производстве в порядке случайной выборки взято 400 изделий. В результате исследования установлена средняя доля бракованных изделий в выборке 16% при среднем квадратическом отклонении 4%. С вероятностью 0.997 *определите* пределы, в которых находится среднее число бракованных изделий.

6.2. Научно-исследовательским институтом для изучения общественного мнения населения области о проведении определенных мероприятий в порядке случайного бесповторного отбора было опрошено 600 человек. Из числа опрошенных 360 человек одобрили мероприятия. С вероятностью 0.997 *определите* пределы, в которых находится доля лиц, одобряющих мероприятия.

6.3. Для установления дальности пробега машин на трех автобазах методом механического отбора было отобрано 300 путевок. Из них на автобазе 1 - 150, 2 - 60, 3 - 90. В результате обследования установлено, что удельный вес машин с дальностью пробега свыше 100 км. составляет на автобазе 1 – 30%, 2 – 15%, 3 – 25%. С вероятностью 0,954 *определите* пределы, в которых находится доля машин с дальностью пробега, превышающей 100 км. по трем автобазам.

6.4. Для установления среднего срока службы деталей, из совокупности, включающей 1000 шт. кассет с деталями, методом механического отбора проверено 10 шт. кассет. Результаты проверки показали, что средний срок службы деталей в отобранных кассетах составил (месяцев): 7, 8.2, 8.6, 7.8, 8, 5.8, 8.8, 7.2, 6.1, 6. Средний срок службы деталей в выборке – 7,6 месяца. С вероятностью 0.997 *определите* пределы, в которых находится средний срок службы деталей во всей совокупности.

6.5. Из партии семян, разбитых на 40 равных по величине серий, методом случайного бесповторного отбора было проверено 8 серий на всхожесть. В результате обследования установлено, что доля взошедших семян составляет 75%. Межсерийная дисперсия равна 900. С вероятностью 0,683 *определите* пределы, в которых находится доля всхожести семян во всей партии.

ТЕМА 7: СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Решение типовых задач

Задача 1. По данным о месячной заработной плате 10 рабочих трех разных профессий (токарь, слесарь и кузнец) вычислены: общая дисперсия заработной платы $\sigma_0^2=1636$ и средняя из внутригрупповых дисперсий $\overline{\sigma^2}=1140$. Вычислить корреляционное отношение.

Решение. Корреляционное отношение вычисляется по формуле

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma_0^2}.$$

Следовательно, сначала необходимо найти межгрупповую дисперсию

$$\delta^2 = \sigma_0^2 - \overline{\sigma^2} = 1636 - 1140 = 496.$$

Подставляя это значение в вышеприведенную формулу, получим:

$$\eta^2 = \frac{496}{1636} = 0,303.$$

Задача 2. Вычислено следующее уравнение множественной регрессии по сельскохозяйственным предприятиям области, характеризующее связь между размерами предприятия по посевной площади x га, числу коров z шт., доходами предприятия y млн. руб.: $y=290+3,12x+0,65z$. Требуется проанализировать параметры уравнения регрессии.

Решение. Увеличение посевной площади на один гектар приводит к повышению доходов в среднем на 3,12 млн руб.; увеличение числа коров на 1 голову приводит к повышению доходов на 0,65 млн руб.

Задача 3. по данным задачи №2 получены следующие парные коэффициенты корреляции $r_{xy} = 0,835$; $r_{zy} = 0,724$; $r_{xz} = 0,900$.

Вычислить коэффициент множественной корреляции и детерминации.

Решение.

$$R_{yz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{zy}^2 - 2 \cdot r_{xy} \cdot r_{zy} \cdot r_{xz}}{1 - r_{xz}^2}},$$
$$R_{yz} = \sqrt{\frac{0,835^2 + 0,724^2 - 2 \cdot 0,835 \cdot 0,724 \cdot 0,90}{1 - 0,9^2}} = 0,843.$$

Таким образом, между доходами, посевной площадью и числом коров существует тесная связь. Коэффициент детерминации в нашем случае равен

$$D = R_{yz}^2 \cdot 100\% = 0,84^2 \cdot 100 = 70\%.$$

Это значит, что 70% всей вариации денежных доходов предприятий объясняется действием рассматриваемых факторов.

Задача 4. По данным задачи №3 вычислите коэффициент корреляции между y и x и сделайте выводы.

Решение. Частный коэффициент корреляции характеризует тесноту связи между результативным признаком и одним из факторных при постоянных значениях прочих факторов, т. е.

$$r_{xy(z)} = \frac{r_{xy} - r_{zy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{zy}^2)(1 - r_{xz}^2)}},$$

где r_{xy} , - парные коэффициенты корреляции. Подставляя в формулу их значения, получим:

$$r_{xy(z)} = \frac{0,835 - 0,724 \cdot 0,9}{\sqrt{(1 - 0,724^2)(1 - 0,9^2)}} = 0,596.$$

Следовательно, связь между денежными доходами и посевной площадью при исключении влияния других факторов заметная.

Этот же результат можно получить, используя общую формулу коэффициента частной корреляции

$$r_{xy(z)} = \sqrt{\frac{r_{yxz}^2 - r_{yz}^2}{1 - r_{yz}^2}}.$$

Подставляя имеющиеся значения, получим:

$$r_{xy(z)} = \sqrt{\frac{0,843^2 - 0,724^2}{1 - 0,724^2}} = 0,596.$$

Задача 5. По 10 предприятиям имеются следующие данные, млн руб.

Выпуск продукции	2,5	5,0	6,0	3,0	2,0	1,5	1,0	4,0	8,0	10,0
Фонд заработной платы	0,6	0,9	1,5	0,8	0,25	0,31	0,11	1,05	2,0	2,5

Определите коэффициент корреляции знаков и сделайте выводы о тесноте связи.

Решение. Для вычисления коэффициента корреляции знаков составим вспомогательную таблицу, из которой получим число совпадений знаков от средней. В нашем случае оно равно 8, число несовпадений знаков отклонений от средней – 2.

№ п/п	Выпуск продукции	Фонд з/пл	Знаки отклонения от средней	
			$(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})$
1	1,0	0,11	---	---
2	1,5	0,31	---	---
3	2,0	0,25	---	---
4	2,5	0,6	---	---
5	3,0	0,8	---	---
6	4,0	1,05	---	+
7	5,0	0,9	+	---
8	6,0	1,5	+	+
9	8,0	2,0	+	+
10	10,0	2,5	+	+
Итого	43,0	10,0		
Средняя	4,3	1,0		

Подставляя эти значения в формулу коэффициента корреляции, получим:

$$i = \frac{U - V}{U + V} = \frac{8 - 2}{8 + 2} = 0,6.$$

Связь между выпуском продукции и фондом заработной платы прямая и заметная.

Задача 6. По 10 предприятиям имеются следующие данные:

Среднесписочная численность	800	950	1100	1400	1750	520	1000	400	2300	2000
Выпуск продукции	5,0	4,2	6,5	8,0	10,0	1,8	6,0	2,0	9,5	11,0

Решение. Коэффициент корреляции рангов вычисляется по рангам (порядковым номерам), которые присваиваются всем единицам совокупности, расположенным в порядке возрастания признака. Для его вычисления составим вспомогательную таблицу.

№п/п	Выпуск продукции x	Численность работников y	Ранги		Разность рангов d	Квадрат разности рангов d^2
			по x	по y		
1	5,0	800	4	3	1	1
2	4,2	950	3	4	-1	1
3	6,5	1100	6	6	0	0
4	8,0	1400	7	7	0	0
5	10,0	1750	9	8	1	1
6	1,8	520	1	2	-1	1
7	6,0	1000	5	5	0	0
8	2,0	400	2	1	1	1
9	9,5	2300	8	10	-2	4
10	11,0	2000	10	9	1	1
Итого						10

Подставляя соответствующие данные в формулу коэффициента, получим:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 10}{10 \cdot (100 - 1)} = 0,94,$$

то есть связь между выпуском продукции и среднесписочной численностью работников весьма тесная.

Задача 7. По данным таблицы вычислить коэффициент ассоциации.

Таблица Зависимость выполнения плана рабочими от наличия специальной подготовки

	Прошли спецподготовку	Не прошли спецподготовку	Итого
Выполнили план	70 (a)	20 (b)	90 ($a+b$)
Не выполнили план	2 (c)	8 (d)	10 ($c+d$)
Всего	72 ($a+c$)	28 ($b+d$)	100

Решение. Коэффициент ассоциации используется для установления степени тесноты связи между двумя качественными альтернативными признаками, состоящими из двух групп, и определяется по следующей формуле

$$A = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}.$$

Подставим соответствующие данные из табл. 7.5 в формулу и получим:

$$A = \frac{70 \cdot 8 - 20 \cdot 2}{\sqrt{90 \cdot 10 \cdot 72 \cdot 28}} = 0,39.$$

Как видно, между выполнением плана и наличием специальной подготовки существует прямая и заметная связь.

Выполните следующие задания

7.1. Известны объемы реализованной продукции и балансовая прибыль по 10 предприятиям:

№ предприятия	Объем реализованной продукции, млн.руб.	Балансовая прибыль, млн.руб.
1	620,0	39,9
2	617,9	20,7
3	592,4	9,6
4	576,3	16,1
5	575,6	9,7
6	563,4	46,7
7	561,7	42,5
8	555,5	45,6
9	542,9	33,7
10	523,7	9,3

Определите вид корреляционной зависимости, постройте уравнение регрессии, рассчитайте параметры уравнения, вычислите тесноту связи.

7.2. По данным задачи 3.1. (тема: Сводка и группировка) *постройте* зависимость между суммой активов и величиной балансовой прибыли, рассчитайте коэффициент корреляции и определите тесноту связи.

ТЕМА 8: ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ

Решение типовых задач

Задание 1.

Имеются условные данные об изменении количества и цен проданных фирмами товаров в одном из регионов РФ в I и II кварталах исследуемого года.

Динамика количества и цен проданного фирмами товара в одном из регионов РФ в I и II кварталах исследуемого года

Товар	Количество продукции, ед.		Цена, тыс. руб.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	69	75	290	330
2	73	74	300	340
3	20	25	310	345
4	9	12	311	345
5	8	10	312	345
6	19	9	320	350
7	8	10	325	355

Требуется

1. Рассчитать сводные индексы объема продаж и сводные индексы физического объема

Решение.

Для расчета сводных индексов на базе исходной таблицы построим вспомогательную таблицу для расчета сводных индексов

Вспомогательная таблица для расчета сводных индексов

Товар	Количество продукции, ед.		Цена, тыс. руб.		Объем продаж, млн руб.			
	I квартал q_j^0	II квартал q_j^1	I квартал p_j^0	II квартал p_j^1	I квартал $p_j^0 q_j^0$	II квартал $p_j^1 q_j^1$	по ценам I квартала и количеству продукции II квартала $p_j^0 q_j^1$	по ценам II квартала и количеству продукции I квартала $p_j^1 q_j^0$
1	69	75	290	330	20,010	24,750	21,750	22,770
2	73	74	300	340	21,900	25,160	22,200	24,820
3	20	25	310	345	6,200	8,625	7,750	6,900
4	9	12	311	345	2,799	4,140	3,732	3,105
5	8	10	312	345	2,496	3,450	3,120	2,760
6	19	9	320	350	6,080	3,150	2,880	6,650
7	8	10	325	355	2,600	3,550	3,250	2,840
ИТОГО	206	215	-	-	62,085	72,825	64,682	69,845

1. Рассчитаем сводные индексы в агрегатной форме:

- а) сводный индекс объема продаж:

$$I_{pq} = \frac{\sum_{j=1}^k p_j^1 q_j^1}{\sum_{j=1}^k p_j^0 q_j^0} = \frac{72,825}{62,085} = 1,1730, \text{ или } 117,30\%$$

Сводный индекс объема продаж показывает, что объем продаж во II квартале по сравнению с I кварталом возрос в 1,1732 раза.

Относительный и абсолютный приросты объема продаж составили соответственно 17,30% (117,30% - 100%) и 10,740 млн руб. (72,825 - 62,085);

б) сводный индекс физического объема:

$$I_q = \frac{\sum_{j=1}^k q_j^1 P_j^0}{\sum_{j=1}^k q_j^0 P_j^0} = \frac{64,682}{62,085} = 1,0418, \text{ или } 104,18\%$$

Сводный индекс физического объема показывает, что объем продаж во II квартале по сравнению с I кварталом возрос в 1,0418 раза из-за увеличения количества проданного товара.

Относительный и абсолютный приросты объема продаж в результате увеличения количества продаваемого товара составили соответственно 4,18 % (104,18 % - 100 %) и 2,597 млн руб. (64,682 - 62,085);

Выполните следующие задания

8.1. Имеются следующие данные о ценах на определенную продукцию и объемах его производства в РФ во II квартале 2013 г.:

Месяц	Цена за 1 т, тыс. руб.	Произведено, млн.т.
Апрель	120	23,2
Май	121	20,2
Июнь	116	18,7

При условии 100%-ной реализации данной продукции в каждом месяце *определите* цепные и базисные индивидуальные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота. Проверьте взаимосвязь цепных и базисных индексов.

8.2. Имеются следующие данные о реализации фруктов на городском рынке:

Фрукты	Сентябрь		Октябрь	
	Цена за 1 кг, руб.	Продано, ц.	Цена за 1 кг, руб.	Продано, ц.
Виноград	180	26,3	190	24,1
Яблоки	150	8,8	150	9,2
Ананас	220	14,5	240	12,3

Рассчитайте сводные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота, а также величину перерасхода покупателей от роста цен.

8.3. Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства промышленного предприятия:

Изделие	2012		2013	
	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Произведено, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб	Произведено, тыс. шт.
А	220	63,4	247	52,7
Б	183	41,0	215	38,8
В	67	89,2	70	91,0

Определите: а) индивидуальный и сводный индексы себестоимости; б) сводный индекс физического объема продукции; в) сводный индекс затрат на производство. Покажите взаимосвязь сводных индексов.

8.4. Известны следующие данные по производству продукции А и В за два года:

Вид продукции	Произведено, тыс. шт		Среднесписочное число рабочих, чел.		Оптовая цена 2012 г., тыс. руб
	2012	2013	2012	2013	
А	28,5	29,3	56	61	85
В	34,2	33,9	53	55	64

Определите: а) индекс физического объема продукции; б) индекс производительности труда; в) индекс затрат труда.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Теория статистики. Учебник /Под. ред. Р.А. Шмойловой., - М.: Финансы и статистика, 2009.
2. Общая теория статистики: Учебник /Под ред. чл.-корр. РАН И.И.Елисейевой. – М.: Финансы и статистика, 2012. –368с.
3. Практикум по теории статистики: Учеб.пособие /Под ред. проф Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика,2005. – 416с.
4. Статистика: Курс лекций /Харченко Л.П., Долженкова В.Г., Ионин В.Г. и др./ Под ред.В.Г.Ионина. – Новосибирск.: Изд-во НГАЭиУ - М.: ИНФРА-М, 1997. – 310с.
5. Общая теория статистики: Учебник /А.И.Харченко, О.Э. Башина, В.Т.Бабурин и др.; Под ред. А.А. Спирина, О.Э. Башиной. – М.: Финансы и статистика, 1995. – 296с.

Учебно-методическое издание

Сабхаева Раджана Александровна

СТАТИСТИКА

Рабочая тетрадь

Редактор Л.И. Мархаева

Компьютерная верстка О.Р. Цыдыповой

Подписано в печать 11.04.2015 Бумага офс.№1. Формат 60x84 1/8 Бум тип.

Усл.печ.л. 6,51. Тираж 100 Заказ № 527

Цена договорная

Издательство ФГБОУ ВПО «Бурятская сельскохозяйственная академия им. В.Р.

Филиппова»

670034, г. Улан-Удэ, ул. Пушкина,8

E-mail: rio-bgsha@mail.ru